Dynamique du point matériel en référentiel galiléen (suite)

Table des matières

5 Moment cinétique

Soit, dans un référentiel $\mathcal{R}$, un point matériel M de masse m, de vecteur vitesse $\mathbf{v}$ et $\mathbf{F}$ la résultante des forces appliquées en M.
Soit O un autre point de $\mathcal{R}$.

5.1 Définitions

La grandeur

$$\boxed{\mathbf{L}_O = \mathbf{OM} \wedge m\mathbf{v}}$$

est appelée **moment cinétique en O** du point M.

La grandeur

$$\boxed{\boldsymbol{\mathcal{M}}_O = \mathbf{OM} \wedge \mathbf{F}}$$

est appelée **moment en O** de la résultante des forces $\mathbf{F}$ appliquée au point M.

5.2 Théorème du moment cinétique en un point fixe

Soit O un point **fixe** d'un référentiel **galiléen** $\mathcal{R}$:

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = \frac{d\mathbf{OM}}{dt} \wedge m\mathbf{v} + \mathbf{OM} \wedge m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{0} + \mathbf{OM} \wedge m\mathbf{a}$$

la 2[e] loi de Newton donne :

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = \mathbf{OM} \wedge \mathbf{F}$$

d'où le théorème du moment cinétique :

$$\boxed{\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = \boldsymbol{\mathcal{M}}_O}$$

Dans un référentiel galiléen, la dérivée du moment cinétique en un point fixe O par rapport au temps est égale au moment en O de la résultante des forces qui s'appliquent au point M.

5.3 Théorème du moment cinétique par rapport à un axe fixe

Soit Δ un axe passant par O, de vecteur directeur $\mathbf{u}$.

5.3.1 Moment d'une force par rapport à un axe

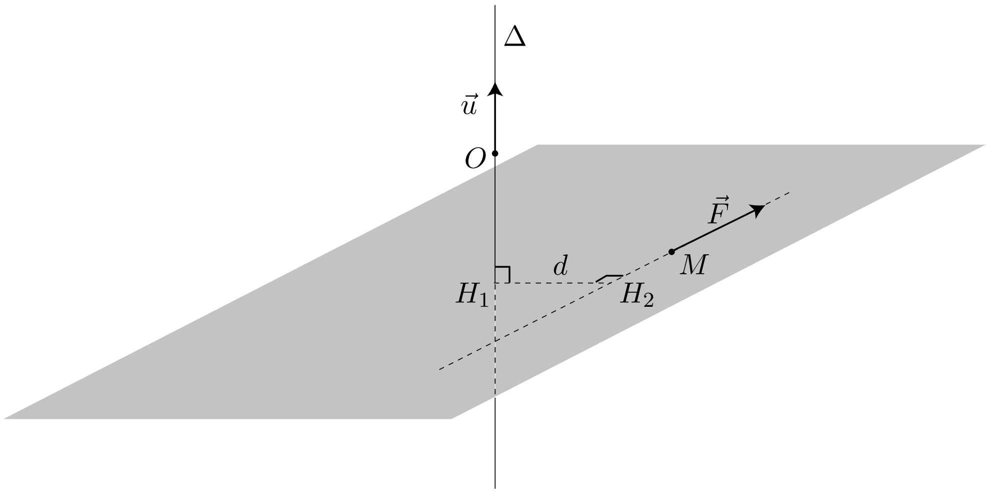
La grandeur

$$\boxed{\mathcal{M}_\Delta = \boldsymbol{\mathcal{M}}_O.\mathbf{u}}$$

est appelée moment par rapport à Δ de la résultante des forces $\mathbf{F}$ appliquée au point M.

Si $\mathbf{F}$ est parallèle à Δ alors $\mathcal{M}_\Delta = (\mathbf{OM} \wedge \mathbf{F}).\mathbf{u} = 0$

Si $\mathbf{F}$ est perpendiculaire à Δ alors $\mathcal{M}_\Delta = [(\mathbf{OH_1} + \mathbf{H_1H_2} + \mathbf{H_2M}) \wedge \mathbf{F}].\mathbf{u} = (\mathbf{H}_1\mathbf{H}_2 \wedge \mathbf{F}).\mathbf{u} = \pm H_1H_2.F = \pm Fd$



5.3.2 Moment cinétique par rapport à un axe

La grandeur

$$\boxed{L_\Delta = \mathbf{L}_O.\mathbf{u}}$$

est appelée moment cinétique par rapport à Δ du point M.

5.3.3 Théorème du moment cinétique par rapport à un axe

Soit Δ un axe **fixe** passant par O, de vecteur directeur **u**. En projetant le théorème du moment cinétique suivant **u** :

$$\boxed{\frac{dL_\Delta}{dt} = \mathcal{M}_\Delta}$$

Dans un référentiel galiléen, la dérivée du moment cinétique par rapport à Δ par rapport au temps est égale au moment par rapport à Δ de la résultante des forces qui s'appliquent au point M.