Magnétostatique

Table des matières

1 Phénomènes magnétiques **1**

2 Les sources du champ magnétostatique **1**

3 Champ magnétostatique **1**
- 3.1 Force entre deux circuits 1
- 3.2 Formule de Biot et Savart 1
- 3.3 Formule de Laplace 2
- 3.4 Exemples de calcul direct 2
- 3.5 Lignes de champ 2

4 Invariances et symétries **2**
- 4.1 Invariances 2
- 4.2 Plan de symétrie et plan d'antisymétrie 2

5 Potentiel vecteur (2^{e}année) **3**

6 Théorème d'Ampère **3**

7 Synthèse - Flux du champ magnétostatique **3**

1 Phénomènes magnétiques

Les matériaux ferromagnétiques (ex oxyde de fer Fe_3O_4) sont naturellement aimantés. Ils présentent deux pôles qui ne peuvent pas être isolés : deux pôles identiques se repoussent, deux pôles différents s'attirent.

Les matériaux paramagnétiques (ex fer à l'état metallique) sont sensibles au magnétisme sans être aimantés eux-mêmes.

Une force magnétique s'exerce entre un circuit parcouru par un courant et un matériau magnétique, et entre deux circuits parcourus par des courants.

2 Les sources du champ magnétostatique

Il n'existe pas de charge magnétique comme il existe des charges électriques !

La description des phénomènes magnétostatiques peut-être ramenée à l'action de courants, sources de champ magnétostatique, sur d'autres courants

3 Champ magnétostatique

3.1 Force entre deux circuits

Soit deux éléments de circuits $\mathbf{dl_1}$ en P et $\mathbf{dl_2}$ en M respectivement parcourus par I_1 et I_2

$$d\mathbf{F}_{1\rightarrow 2} = \frac{\mu_0 I_2 \mathbf{dl}_2 \wedge (I_1 \mathbf{dl}_1 \wedge \mathbf{PM})}{4\pi PM^3}$$

3.2 Formule de Biot et Savart

$$\mathbf{F}_{1\rightarrow 2} = \int_{M\in\mathcal{C}_2} I_2 \mathbf{dl}_2 \wedge \int_{P\in\mathcal{C}_1} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 \mathbf{dl}_1 \wedge \mathbf{PM}}{PM^3} = \int_{M\in\mathcal{C}_2} I_2 \mathbf{dl}_2 \wedge \mathbf{B}_1(M)$$

Le champ magnétostatique créé au point M par un circuit

$$\boxed{\mathbf{B}(M) = \int_{P\in\mathcal{C}} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\mathbf{dl} \wedge \mathbf{PM}}{PM^3}}$$

en tesla (T) avec $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\, H.m^{-1}$ perméabilité du vide.

3.3 Formule de Laplace

La force exercée sur un circuit plongé dans un champ magnétostatique vérifie

$$\boxed{\mathbf{F} = \int_{M\in\mathcal{C}} I\mathbf{dl} \wedge \mathbf{B}(M)}$$

3.4 Exemples de calcul direct

Soit une portion de fil d'axe Oz parcouru par un courant d'intensité I. Calculer le champ magnétostatique en un point M situé à une distance r de l'axe. On donnera le résultat en fonction de α_1 et α_2 angles sous lesquels M voit les extrémités du fil.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)\,\mathbf{e}_\theta$$

Si la longueur du fil est grande par rapport à r alors

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\mathbf{e}_\theta$$

Soit une boucle de rayon R parcouru par un courant d'intensité I. Calculer le champ magnétostatique en un point M de l'axe de la boucle. On notera α l'angle sous lequel M voir la boucle.

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2r}\sin^3\alpha\,\mathbf{e}_z$$

3.5 Lignes de champ

Une **ligne de champ** est tangente en chacun de ses points M au champ $\mathbf{B}(M)$.

Deux lignes de champ ne peuvent se couper que si $\mathbf{B}(M) = 0$ ou $\mathbf{B}(M)$ non défini.

4 Invariances et symétries

4.1 Invariances

Comme son analogue électrostatique, le champ magnétostatique présente les mêmes invariances que ses sources : les courants électriques.

Si les courants sont invariants par rotation et/ou par translation, $\mathbf{B}$ ne dépend pas des variables associées.

4.2 Plan de symétrie et plan d'antisymétrie

Une distribution est symétrique par rapport à un plan Π si, pour tout point M il existe un symétrique M', et si

$$I\mathbf{dl}(M) = sym I\mathbf{dl}(M')$$

Une distribution est antisymétrique par rapport à un plan Π^* si, pour tout point M il existe un symétrique M', et si

$$I\mathbf{dl}(M) = -sym I\mathbf{dl}(M')$$

Nous généralisons les observations des cartes de champ :

$\mathbf{B}$ est transformé en son antisymétrique par un plan Π

$$\mathbf{B}(M') = -sym\,\mathbf{B}(M)$$

d'autre part

$$\boxed{\mathbf{B}(M\in\Pi)\perp\Pi}$$

$\mathbf{B}$ est transformé en son symétrique par un plan Π^*

$$\mathbf{B}(M') = sym\,\mathbf{B}(M)$$

d'autre part

$$\boxed{\mathbf{B}(M\in\Pi^*)\in\Pi^*}$$

5 Potentiel vecteur (2^{e}année)

L'équivalent de V appelé potentiel vecteur et noté $\mathbf{A}$ n'est pas au programme de première année.

6 Théorème d'Ampère

La circulation du champ magnétostatique le long d'une courbe orientée fermée $\mathcal{C}$ est égal à la somme algébrique des courants enlacés par ce contour

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{B}.\mathbf{dl} = \mu_0 I_{enlace}$$

Vérifions en calculant la circulation le long d'un cercle de rayon r enlaçant un fil infini parcouru par un courant d'intensité I :

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{B}.\mathbf{dl} = \oint_{\mathcal{C}} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{e}_\theta . r d\theta \mathbf{e}_\theta = \mu_0 I$$

7 Synthèse - Flux du champ magnétostatique

	$\mathbf{E}$	$\mathbf{B}$
circulation	$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{E}.\mathbf{dl} = 0$	$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{B}.\mathbf{dl} = \mu_0 I_{enlace}$
flux	$\oint_{\mathcal{S}} \mathbf{E}.\mathbf{n}_{ext} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$	$\oint_{\mathcal{S}} \mathbf{B}.\mathbf{n}_{ext} dS = 0$

E est à circulation conservative.

B tourne autour des courants.

E diverge (ou converge) à partir des charges.

Nous admettrons donc le caractère conservatif du flux de **B**.
Ce qui nous permet de montrer (sur un tube de champ) que lorsque les lignes de champ **B** se resserrent, le champ augmente, lorsqu'elles sont parallèles le champ est constant et lorsqu'elles s'écartent, le champ diminue.
Idem pour **E** dans une zone vide de charge.